

LNF - 66/7
16 Febbraio 1966

M. A. Locci, P. Picchi e G. Verri: PASSAGGIO DI NEUTRONI
DI ENERGIA $E_0 \leq 30$ MeV IN CEMENTO ORDINARIO E NEI
SUOI COMPONENTI. -

(Nota interna: n. 307)

Nota Interna: n° 307
16 Febbraio 1966

M. A. Locci, P. Picchi e G. Verri; PASSAGGIO DI NEUTRONI DI ENERGIA $E_0 \leq 30$ MeV IN CEMENTO ORDINARIO E NEI SUOI COMPONENTI. -

INTRODUZIONE. -

Viene studiato l'assorbimento di neutroni con energia iniziale $E_0 \leq 30$ MeV in cemento ordinario (che è una miscela dei seguenti elementi: H, C, O, Na, Mg, Al, Si, K, Ca, Fe). Si considera come assorbito anche ognuno dei singoli componenti.

Il programma può essere utilizzato per ottenere molte informazioni relative al processo $n + A$, in quanto simula tridimensionalmente la storia del neutrone in tutti i suoi dettagli fisici, come ad esempio la distribuzione angolare dei neutroni diffusi elasticamente e lo studio dei neutroni in zona termica, sino alla cattura.

Il calcolo, programmato in linguaggio FORTRAN IV, è stato eseguito mediante i calcolatori IBM 7094 del Centro di Calcolo del CNEN di Bologna e IBM 7040 dell'Istituto Superiore di Sanità di Roma.

I. DATI FISICI. -

Vengono presi in considerazione prima i dati per neutroni di energia $E > 0,2\text{eV}$, e poi quelli per neutroni di energia $E \leq 0,2\text{eV}$.

I. 1. - $E > 0,2\text{eV}$.

a) - Diffusione elastica - La sezione d'urto elastica è definita come $\sigma_{el}(E) = \sigma_{tot}(E) - \sigma_{non}(E)$. Le sezioni d'urto totali $\sigma_{tot}(E)$ sono riportate, per i vari elementi, nelle figure 1 e 2, e le sezioni d'urto non elastiche $\sigma_{non}(E)$ nelle figure 3 e 4^(1, 2). Per la distribuzione angolare dei neutroni diffusi vengono usate le curve di fig. 5, 6, 7 ricavate da sezioni d'urto differenziali elastiche $\partial\sigma(\theta)/\partial\Omega$ sperimentali e teoriche⁽³⁾(11 pag. 1057).

b) - Diffusione inelastica (n,n') - Le sezioni d'urto $\sigma_{nn'}(E)$ (fig. 8 e 9) sono state prese da R. J. Howerton⁽¹⁾, da Troubetzkoy⁽⁹⁾ e dall'articolo "Neutron nonelastic collision cross section" di Allen e al. (11 pag. 1429). La (n, n') viene considerata isotropa nel sistema del laboratorio.

La distribuzione di energia dei neutroni diffusi viene data, tranne che per C ed O, secondo il modello statistico.

La probabilità che un neutrone di energia E_0 venga diffuso inelasticamente entro l'intervallo $E, E+dE$ è allora:

$$dP(E_0, E_n) = \frac{E_n}{\theta} \exp\left(-\frac{E_n}{\theta}\right) dE_n$$

dove:

θ = temperatura nucleare con $\theta^2 = \xi/a \approx E_{n,o}/a$ (4)(11 pag. 1525)
 a = costante (MeV^{-1})

Tavola

Elemento	O	Na	Mg	Al	Si	K	Ca	Fe
$a(\text{MeV}^{-1})$	0.30	0.37	0.39	0.45	0.45	0.50	0.90	1.70

Per $C^{(7)}$ si è ricorso ai dati sperimentali, per $0^{(7)}$ solo per neutroni incidenti con $E_0 \leq 15$ MeV; oltre questa energia infatti la distribuzione maxwelliana è concorde con l'esperienza.

c) - Cattura - Si sono considerate reazioni di cattura tutte quelle reazioni $[(n, p) (n, \gamma) (n, \alpha) \text{ ecc.}]$ in cui scompare il neutrone incidente; $[\sigma_c(E) = \sigma_{\text{non}}(E) - \sigma_{n n'}(E)]$.

d) - Reazione $(n, 2n)$ - Questa reazione, che una qualche importanza solo per il Fe, è stata considerata come una (n, n') . La teoria statistica del nucleo è stata applicata anche al Fe proprio per questa assunzione.

1.2. - $E \leq 0,2\text{eV}$.

Per neutroni di energia $E \leq 0,2\text{eV}$ bisognerebbe tener conto, oltre che della distribuzione di velocità degli atomi targhetta, anche dei legami chimici tra gli atomi. Noi assumiamo però che gli atomi dell'assorbitore non siano legati e attribuiamo loro una distribuzione maxwelliana di energia.

La sezione d'urto macroscopica effettiva è definita come:

$$(12) \quad \sum_{\text{ef}}^i (v) = N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi}\right)^{3/2} \int \sigma^i(|\underline{v} - \underline{V}|) \frac{|\underline{v} - \underline{V}|}{v} e^{-\alpha_i v^2} d^3V$$

dove:

$$\alpha_i = M_i/2kT$$

k = costante di Boltzmann

T = temperatura ambiente in K^0

M_i = massa del nucleo targhetta

N_i = concentrazione del nucleo in questione

v = velocità del neutrone

V = velocità del nucleo

σ^i = sezione d'urto microscopica per un evento di un dato tipo

Quindi la sezione d'urto effettiva di cattura per un assorbitore che segue la legge B/v è:

$$\sum_{\text{ef,a}} = \frac{N_i B_i}{v}$$

4.

e quella di diffusione elastica in cui si assume che le sezioni d'urto microscopiche σ_s^i sono costanti:

$$\sum_{\text{ef},s}^i (v) = N_i \sigma_s^i \left[\frac{e^{-\alpha_i v^2}}{\sqrt{\pi} \alpha_i v} + \left(1 + \frac{1}{2\alpha_i v^2}\right) \text{erf}(\sqrt{\alpha_i} v) \right]$$

dove:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$$

II. METODO DI CALCOLO. -

Un neutrone è introdotto nel sistema; l'energia E_0 o è prefissata o è scelta da un dato spettro $n(E)$. Nel secondo caso è determinata con il metodo di Monte Carlo usando la formula:

$$(1) \quad \int_{E_{\min}}^{E_0} n(E) dE = \mathcal{J} \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} n(E) dE$$

\mathcal{J} indica, qui e di seguito, un numero estratto a caso uniformemente nell'intervallo 0,1.

Assegnata E_0 al neutrone, il cammino l che esso compie prima di avere una interazione è dato da:

$$(2) \quad l = \frac{-1}{\Sigma_{\text{tot}}} \ln \mathcal{J}$$

dove:

$$\Sigma_{\text{tot}} = \sum_1^{10} N_i \sigma_i(E_0) = \text{sezione d'urto macroscopica totale}$$

N_i = concentrazione dell' i -esimo elemento

σ_i = sezione d'urto microscopica totale dell' i -esimo elemento.

La probabilità che n subisca un urto con l'elemento i -esimo è data dal rapporto $N_i \sigma_i / \Sigma_{\text{tot}}$.

I canali di uscita della reazione $n+A$ per energia $E \geq E_t$ ($E_t = 0,2\text{eV}$) sono tre: urto elastico (n, n), urto anelastico (n, n'), cattura del neutrone (n, γ) (n, α) (n, p) ecc.

Conoscendo le Σ dei tre canali, si trova il tipo d'interazione. Se $\Sigma_c / \Sigma_{\text{tot}} > \gamma$ si ha cattura e si fa entrare nel sistema un nuovo neutrone, se invece $\Sigma_c / \Sigma_{\text{tot}} < \gamma$ e $(\Sigma_c + \Sigma_{\text{el}}) / \Sigma_{\text{tot}} > \gamma$ si ha un urto elastico.

L'angolo ψ con il quale il neutrone è diffuso nel sistema del laboratorio e la sua energia E' , calcolati dalle leggi di conservazione di energia e di momento, sono:

$$(3) \quad \cos \psi = \frac{A \cos \tilde{\theta} + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \tilde{\theta} + 1}}$$

$$(4) \quad \sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi}$$

$$(5) \quad E'/E_0 = \frac{A^2 + 2A \cos \tilde{\theta} + 1}{(A+1)^2}$$

dove $\cos \tilde{\theta}$ è dato in base alle curve di fig. 5, 6, 7.

Si trova la curva di $\cos \theta$ per interpolazione lineare tra curve di E immediatamente inferiore e superiore ad E_0 .

L'angolo azimutale χ è dato da

$$(6) \quad \cos \chi = \frac{(2\sigma_1 - 1)^2 - \sigma_2^2}{(2\sigma_1 - 1)^2 + \sigma_2^2}$$

$$(7) \quad \sin \chi = \frac{2(2\sigma_1 - 1)\sigma_2}{(2\sigma_1 - 1)^2 + \sigma_2^2}$$

dove $(2\sigma_1 - 1)^2 + \sigma_2^2 < 1$.

6.

Se invece $(\sum_c + \sum_{el}) / \sum_{tot} < \gamma$ si ha una diffusione inelastica. Poichè questo "scattering" è considerato isotropo nel sistema del laboratorio è:

$$(8) \quad \cos \psi = 2\gamma - 1$$

$$(9) \quad \sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi} \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi$$

e per $\cos \chi$ e $\sin \chi$ si usano le (6) e (7).

Per l'energia di n se la targhetta ha A 23 viene assegnata con la formula:

$$(10) \quad \int_0^{E'} \frac{E}{\theta^2} \exp\left(-\frac{E}{\theta}\right) dE = \gamma \int_0^{E_0} n(E) dE$$

dove:

θ = temperatura nucleare.

Riguardo l' 10 B, che ha $A < 23$, per $E_0 \leq 8$ MeV n viene diffuso con $E' = E_0 - \epsilon_1$, per E_0 tra 8 e 15 MeV con due diverse energie: $E_0 - \epsilon_1$, $E_0 - \epsilon_2$; $E_0 - \epsilon_1$ è quattro volte più probabile di $E_0 - \epsilon_2$ ($\epsilon_1 = 6,13$ MeV ; $\epsilon_2 = 7$ MeV). Per $E_0 > 15$ MeV si usa la formula (10).

Per C si assume che l'energia E' del neutrone diffuso è sempre $E_0 - \epsilon_0$ ($\epsilon_0 = 4,43$ MeV).

Avvenuta dunque l'interazione, se non vi è cattura, il neuE' e ricomincia il processo con la nuova energia.

Quando però $E' \leq E_t$ allora il neutrone diventa termico e i processi di interazione non sono più gli stessi e non possono essere descritti con le formule già usate.

Invece dell'energia E' del neutrone si considera la sua velocità. (v = velocità del neutrone di energia $E(\text{ev}) = 1,383 \times 10^6 E^{1/2}$).

La sezione d'urto totale diventa:

$$(11) \quad \sum_{tot} = \sum_1^{10} i \left[\sum_a e(v) + \sum_{se}(v) \right]$$

dove:

$\Sigma_{ae} = N_i B_i / v =$ sezione d'urto macroscopica di cattura effettiva

$$\Sigma_{se}(v) = N_i \sigma_s^i \left[\frac{e^{-\alpha_i v^2}}{\sqrt{\pi} \alpha_i v} + \left(1 + \frac{1}{2 \alpha_i v^2}\right) \operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_i} v) \right] = \text{sezione d'urto}$$

macroscopica effettiva di diffusione

$N_i =$ concentrazione dell'elemento i -esimo

$\alpha_i = M_i / 2kT$

$B_i =$ costante

$\sigma_s^i =$ sezione d'urto microscopica di diffusione.

Si trova il cammino fatto dal neutrone e l'elemento targetta nello stesso modo come per energie non termiche. Una grossa difficoltà sorge però nella determinazione dei parametri che caratterizzano una interazione: velocità del nucleo targetta e direzione del moto del nucleo rispetto a quello del neutrone. La scelta perciò deve essere fatta attraverso una selezione appropriata. La probabilità di reazione per neutroni di velocità v con atomi le cui velocità e direzioni relative a v si trovano tra V e $V+dV$ e tra μ e $\mu+d\mu$ (μ essendo il coseno dell'angolo di urto) è:

$$\begin{aligned} R(V, \mu | v) dV d\mu = & \left[4\pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi}\right)^{3/2} \sigma_{is} v V^2 e^{-\alpha_i V^2} dV \frac{d\mu}{2} + \right. \\ (12) \quad & + 4\pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi}\right)^{3/2} \sigma_{is} v^3 e^{-\alpha_i v^2} dV \frac{d\mu}{2} \int \frac{|\underline{v} - \underline{V}|}{v+V} + \\ & \left. + 4\pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi}\right)^{3/2} \frac{B_i}{v} |\underline{v} - \underline{V}| v^2 e^{-\alpha_i v^2} dV \frac{d\mu}{2} \right] \end{aligned}$$

Si scelgono tre numeri (P_1, P_2, P_3) tali che

$$\begin{aligned} P_1 & \propto \Sigma_{ai}(v) \\ (13) \quad P_2 & \propto 4\pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi}\right)^{3/2} \sigma_{is} \frac{v}{C_2} \\ P_3 & \propto 4\pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi}\right)^{3/2} \sigma_{is} \frac{1}{C_3} \end{aligned}$$

8.

con $P_1 + P_2 + P_3 = 1$

I numeri C_2 e C_3 sono definiti come:

$$(14) \quad C_2 = \left(\int_0^{\infty} V^2 e^{-\alpha_i V^2} dV \right)^{-1} = \frac{4\alpha_i^{3/2}}{\sqrt{\pi}}$$

$$C_3 = \left(\int_0^{\infty} V^3 e^{-\alpha_i V^3} dV \right)^{-1} = 2\alpha_i^2$$

Così: $P_1 = v \sum_{ai} (v)/D(v)$

$$(15) \quad P_2 = N_i \sigma_{is} v / D(v)$$

$$P_3 = (2N_i \sigma_{is} / \sqrt{\alpha_i \pi}) / D(v)$$

dove $D(v) = v \sum_{ai} (v) + N_i \sigma_{is} v + 2 N_i \sigma_{is} / \sqrt{\pi \alpha_i}$

Essendo $\sum_{ai} (v) = N_i B_i / v$ si ha:

$$(16) \quad P_1 = \frac{N_i B_i}{D(v)} \quad P_2 = \frac{N_i \sigma_{is} v}{D(v)} \quad P_3 = \frac{2 N_i \sigma_{is} / \sqrt{\pi \alpha_i}}{D(v)}$$

con $D(v) = N_i B_i + N_i B_i v + 2 N_i \sigma_{is} / \sqrt{\pi \alpha_i}$.

Preso γ si fa il test: $P_1 \leq \gamma$. Se $P_1 > \gamma$ si ha un assorbimento di n a velocità v e si fa entrare nel sistema un nuovo n di energia E_0 .

Se $P_1 < \gamma$ si fa ancora il test:

$$P_1 + P_2 \leq \gamma$$

Se è $P_1 + P_2 > \gamma$ si sceglie V dalla distribuzione

$$C_2 V^2 e^{-\alpha_i V^2} dV$$

e se $P_1 + P_2 < \mathcal{J}$ dalla

$$C_3 V^3 e^{-\alpha_i V^2} dV$$

In ambedue i casi μ è estratto uniformemente tra -1 e 1. Si calcola $|\underline{v} - \underline{V}| = \sqrt{v^2 + V^2 - 2vV\mu}$ e preso un nuovo \mathcal{J} si fa la disuguaglianza

$$\frac{|\underline{v} - \underline{V}|}{v + V} \geq \mathcal{J},$$

Se più piccolo, allora questi parametri di diffusione non sono buoni e si ripete l'intero processo dalla determinazione di P_1, P_2, P_3 . Però se maggiore, allora si ha uno "scattering" con questi parametri.

Per qualsiasi collisione si ha:

$$\mathcal{J} \underline{v} + \beta \underline{V} = \mathcal{J} \underline{v}' + \beta \underline{V}' = g$$

dove

$$\mathcal{J} = \frac{1}{A+1} \quad \beta = \frac{A}{A+1}$$

e g = velocità del centro di massa; (le quantità con apice e senza apice rappresentano rispettivamente le variabili dopo e prima della collisione).

Per collisioni elastiche è:

$$|\underline{v} - \underline{V}| = |\underline{v}' - \underline{V}'|$$

La nuova velocità del neutrone può essere immediatamente espressa come:

$$\underline{v}' = \beta (\underline{v}' - \underline{V}') + g$$

il suo modulo quindi come:

$$|\underline{v}'| = \sqrt{\beta^2 |\underline{v} - \underline{V}| + g^2 + 2\beta |\underline{v} - \underline{V}| g \lambda}$$

dove λ è il coseno dell'angolo di "scattering" nel centro di massa.

Si assume lo "scattering" isotropo nel centro di massa e si sceglie uniformemente λ fra -1 e 1.

La nuova velocità del neutrone è ora determinata e il processo di sopra è ripetuto sostituendo v' al posto di v . La ripetizione continua sino all'assorbimento di n con cui termina la storia.

III. RISULTATI. -

I neutroni incidono normalmente secondo l'asse z sullo spazio semi-infinito con coordinate di partenza ($x=0$, $y=0$, $z=0$).

Per il cemento si sono considerati n primari con E_0 di 30 e 7.045 MeV, per gli elementi Na, Mg, Al, Si, K, Ca, Fe con E_0 di 30 MeV.

Per gli elementi C ed O a causa del basso valore della σ_c nella zona termica che comporta dei tempi di calcolo elevati, non si è ottenuta una statistica sufficiente.

Tavola delle curve

Assorbitore	Energia (MeV)	Figura	
Cemento ^(x)	30	10	curva di assorbimento
Cemento ^(x)	7.045	11	curva di assorbimento
Sodio	30	12	% di n catturati in funzione dello spess.
Magnesio	30	13	% di n catturati in funzione dello spess.
Alluminio	30	14	% di n catturati in funzione dello spess.
Alluminio	30	15-16	% di n catturati secondo le direz. x e y
Silicio	30	17	% di n catturati in funzione dello spess.
Potassio	30	18	% di n catturati in funzione dello spess.
Calcio	30	19	% di n catturati in funzione dello spess.
Ferro	30	20	% di n catturati in funzione dello spess.

(x) - Con la seguente composizione (% in peso):

H	O	Si	Al	Fe	Ca	Mg	C	Na	K
1	52.9	33.7	3.4	1.4	4.4	0.2	0.1	1.6	1.3

Considerando i risultati si osserva come ad elementi con $\sigma(n, n')$ più alta corrisponda una percentuale più alta di neutroni diffusi all'indietro.

Questo effetto si spiega osservando che la $\sigma(n, n')$, che comporta una distribuzione angolare isotropa del neutrone diffuso, per energie sopra alcuni MeV è confrontabile con la $\sigma(n, n)$ annullando così l'effetto "Shadow scattering".

Il programma di calcolo inerente al presente lavoro è archiviato presso l'Ufficio Calcoli Numerici dei Laboratori Nazionali di Frascati, a disposizione di chi volesse usarlo.

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - R. J. Howerton, Tabulated differential neutron cross sections, UCRL 5351, Physics UC-34, TID 4500.
- (2) - D. J. Hughes and J. A. Harvey, Neutron cross sections. BNL - United States Atomic Energy Commission.
- (3) - M. D. Goldberg, V. M. May and J. R. Sthen, Angular distributions in neutron induced reactions, BNL 400 - Physics TID 4500.
- (4) - B. T. Price, C. C. Horton and K. T. Spinney, Radiation shielding, (Pergamon Press, 1957).
- (5) - Yu. A. Shreider, Method of statistical testing, (Elsevier, 1964).
- (6) - J. Salmon Théorie cinétique des neutrons rapides (Saclay, 1961).
- (7) - F. Ajzenberg-Selove and T. Lauritsen, Energy levels of light nuclei, NHPC 1959.
- (8) - G. C. Phillips, J. B. Marion and J. R. Risser, Progress in fast neutron physics (1963).
- (9) - E. Troubetzkoy, M. Kalos and H. Lustig, Neutron cross sections, NDA 2111.
- (10) - T. Rockwell, Reactor shielding design manual (Van Nostrand, 1956) Parte II.
- (11) - J. B. Marion and J. L. Fowler, Fast neutron physics (Marshak, 1963)
- (12) - R. R. Coveyou, R. R. Bate and R. K. Osborne, Effect of moderator temperature upon neutron flux in infinite, capturing medium, ORNL 1958.

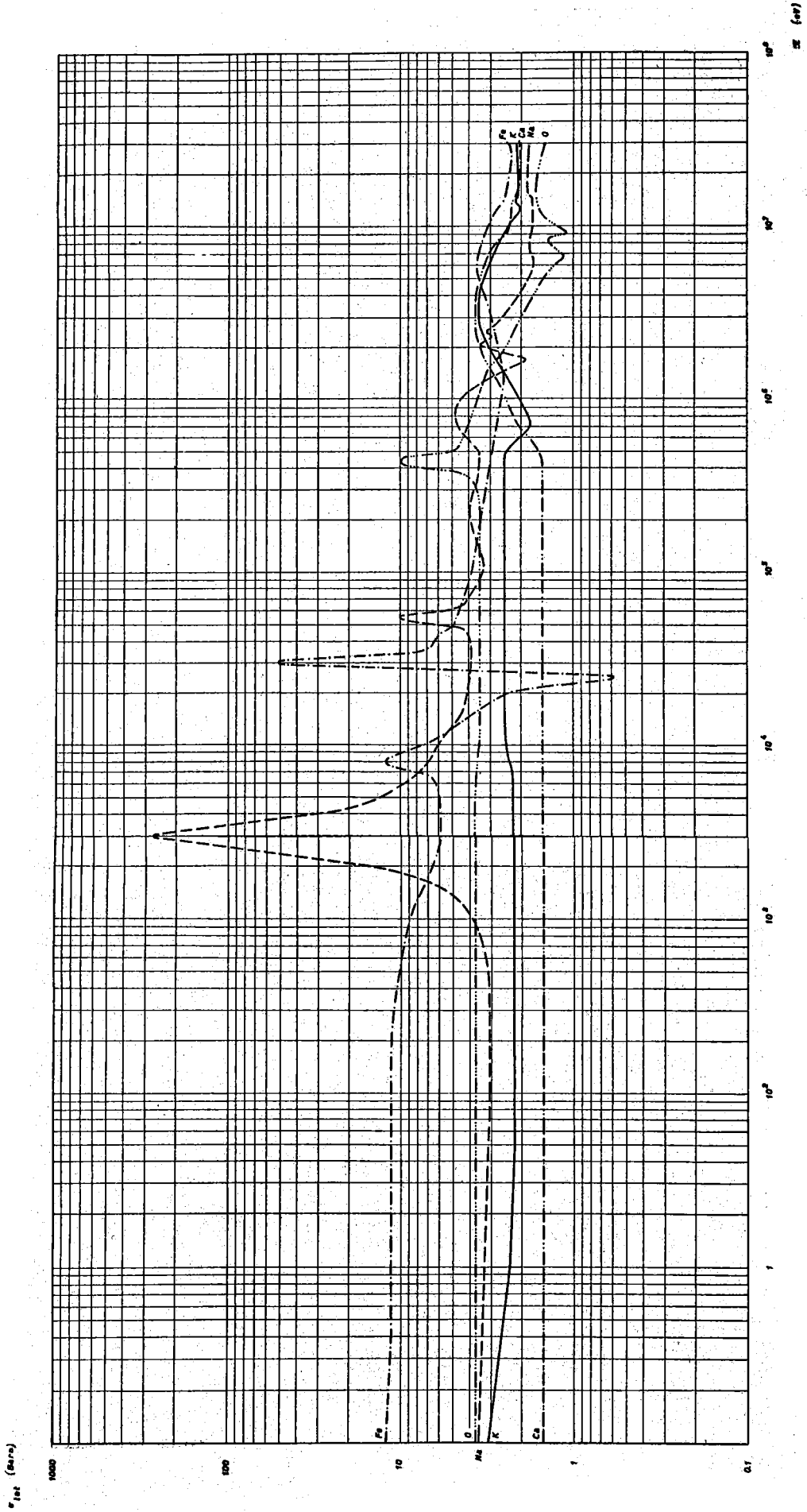


FIG. 1

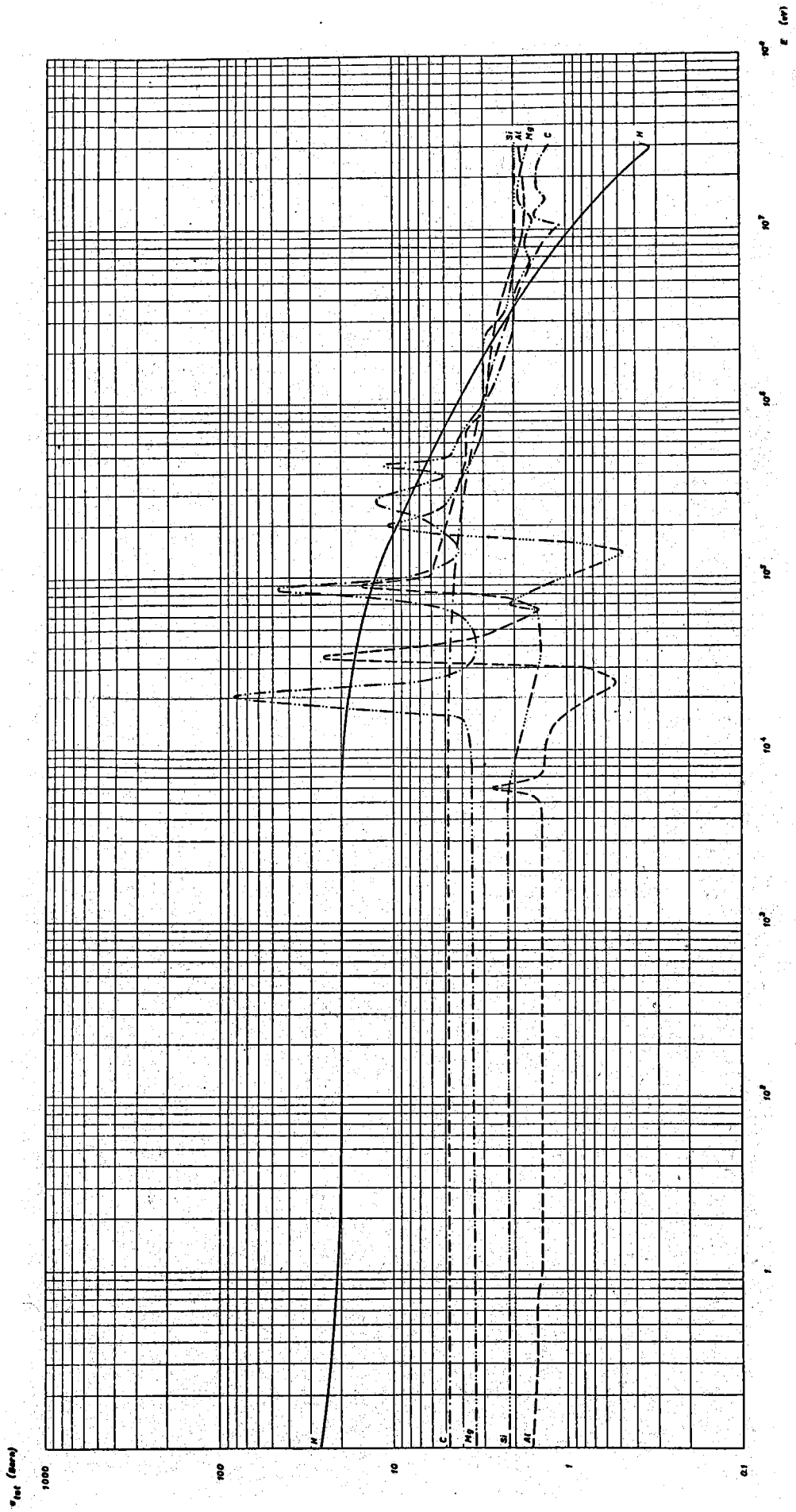


FIG. 2

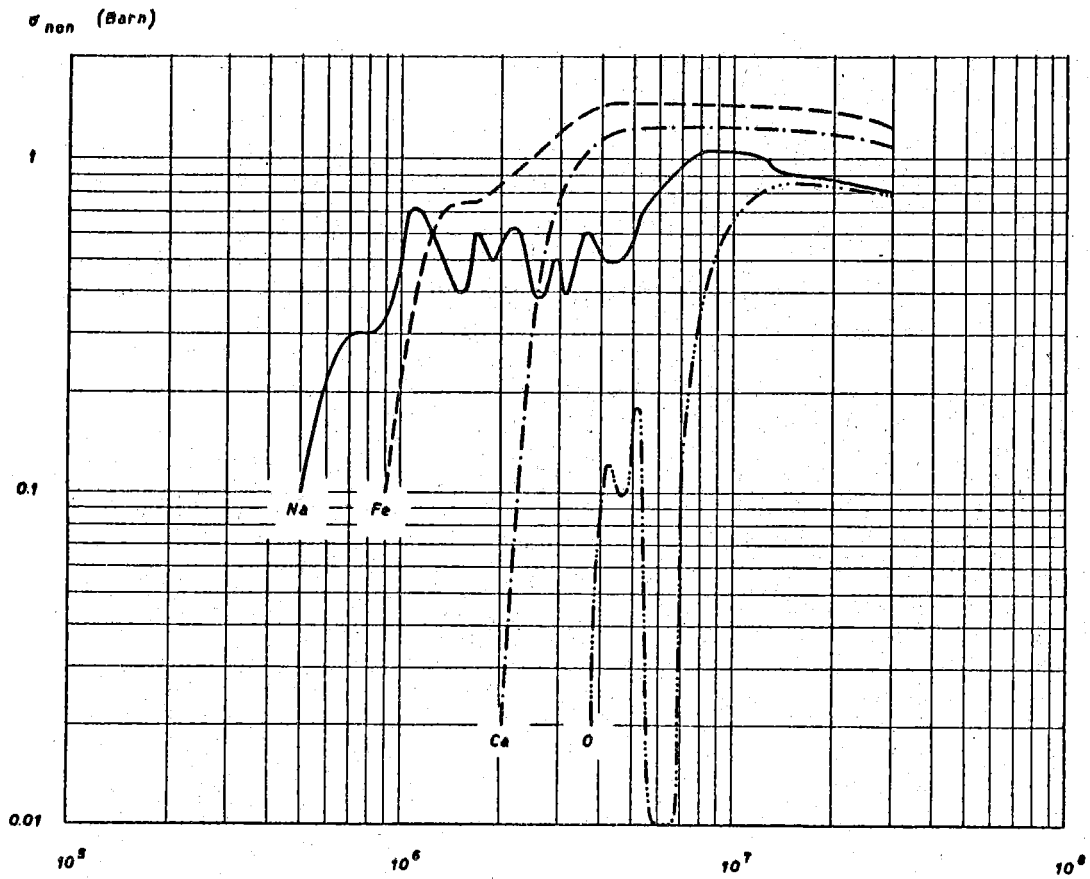


FIG. 3

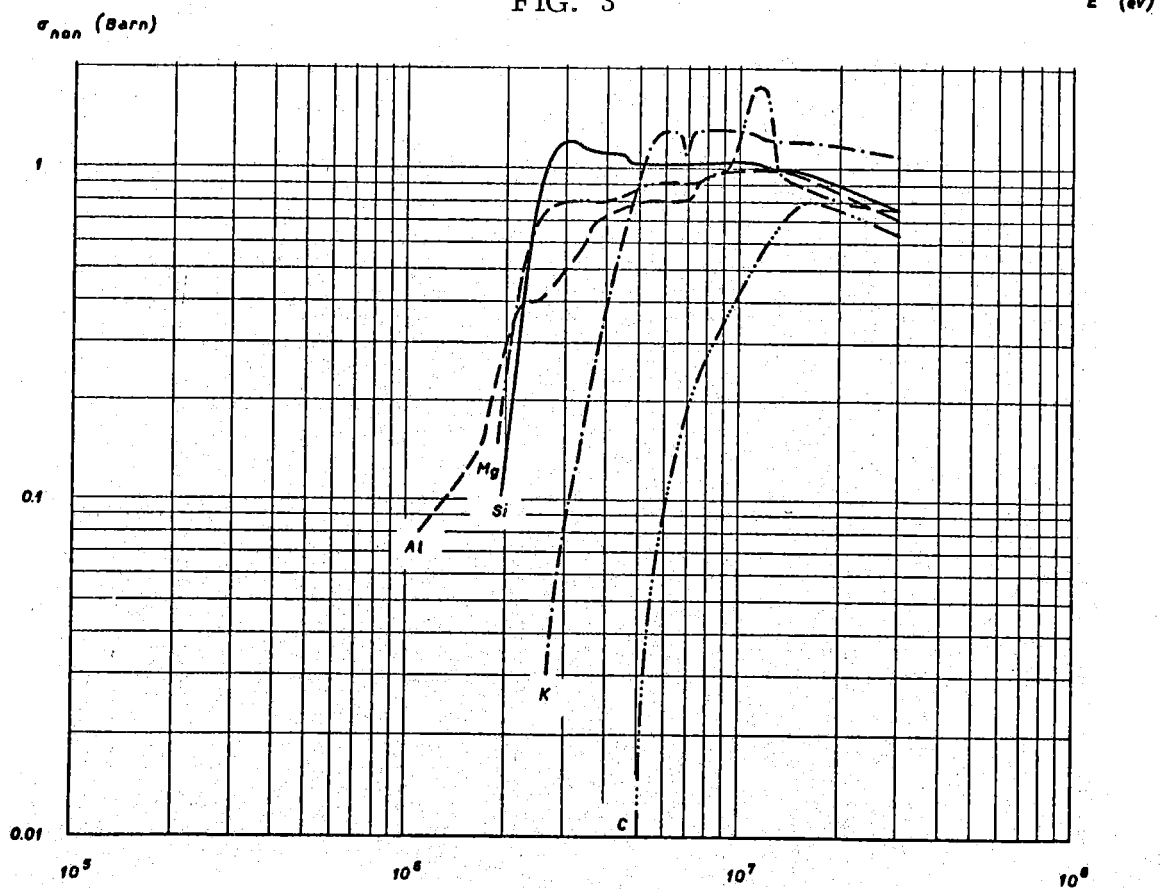
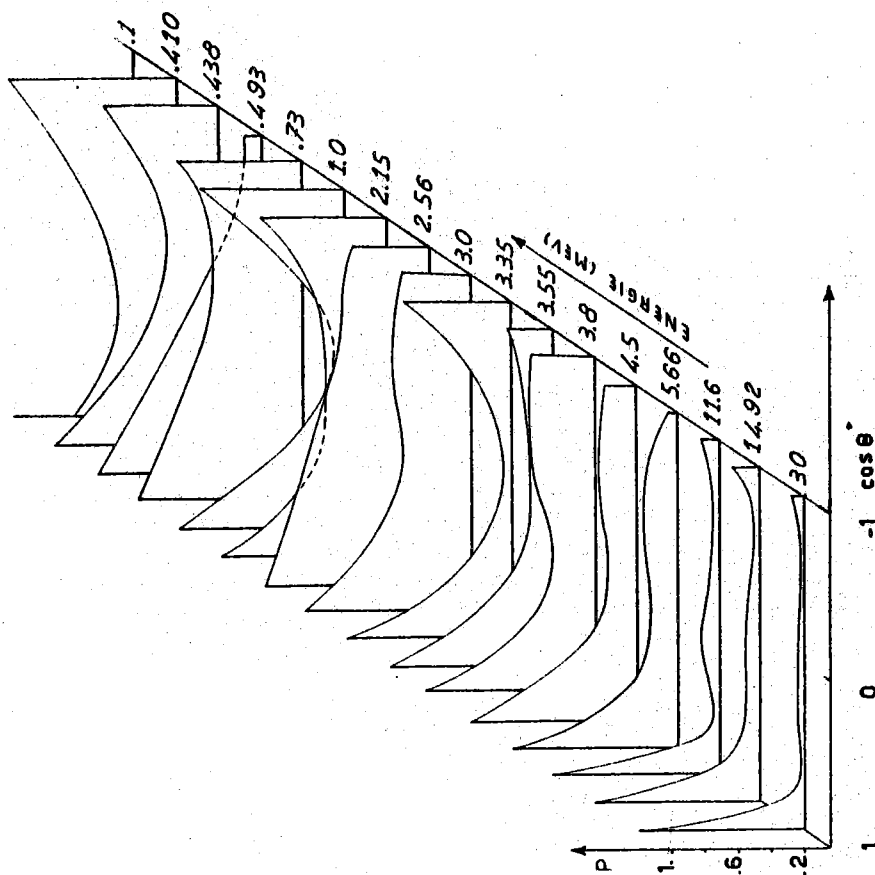


FIG. 4

OSSIGENO



CARBONIO

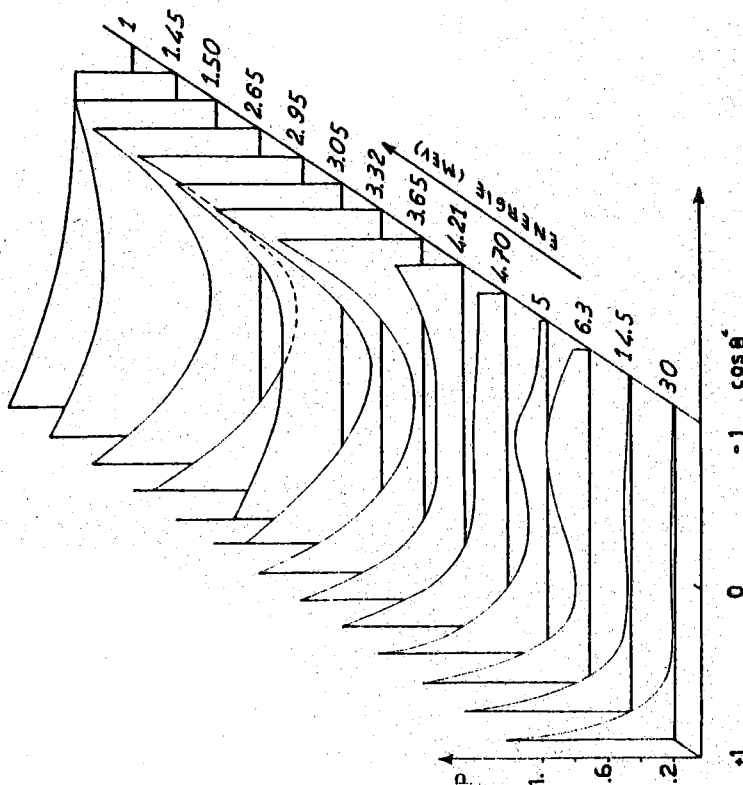
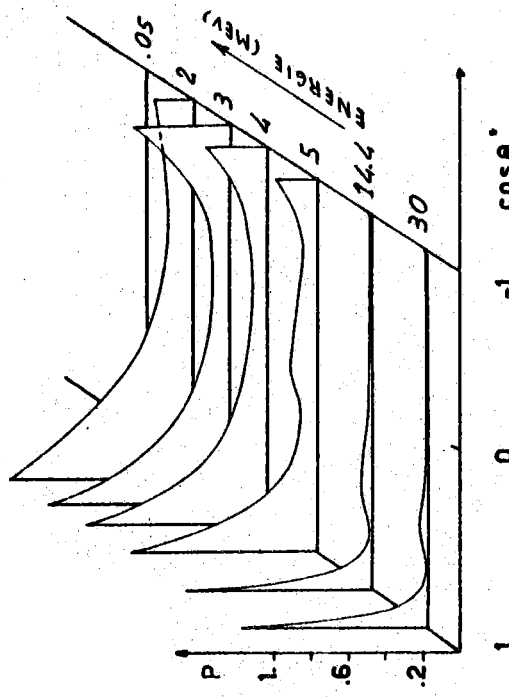


FIG. 5

MAGNESIO



SODIO

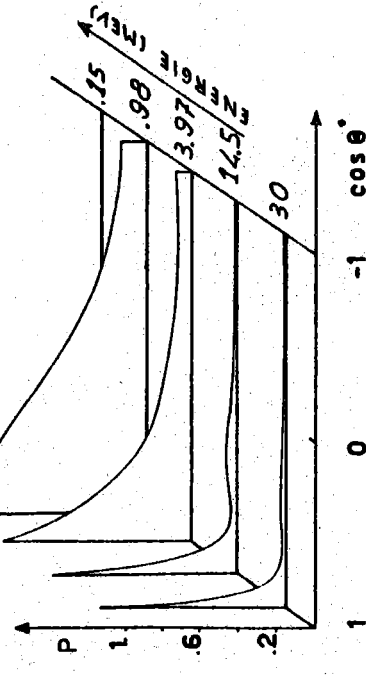


FIG. 6

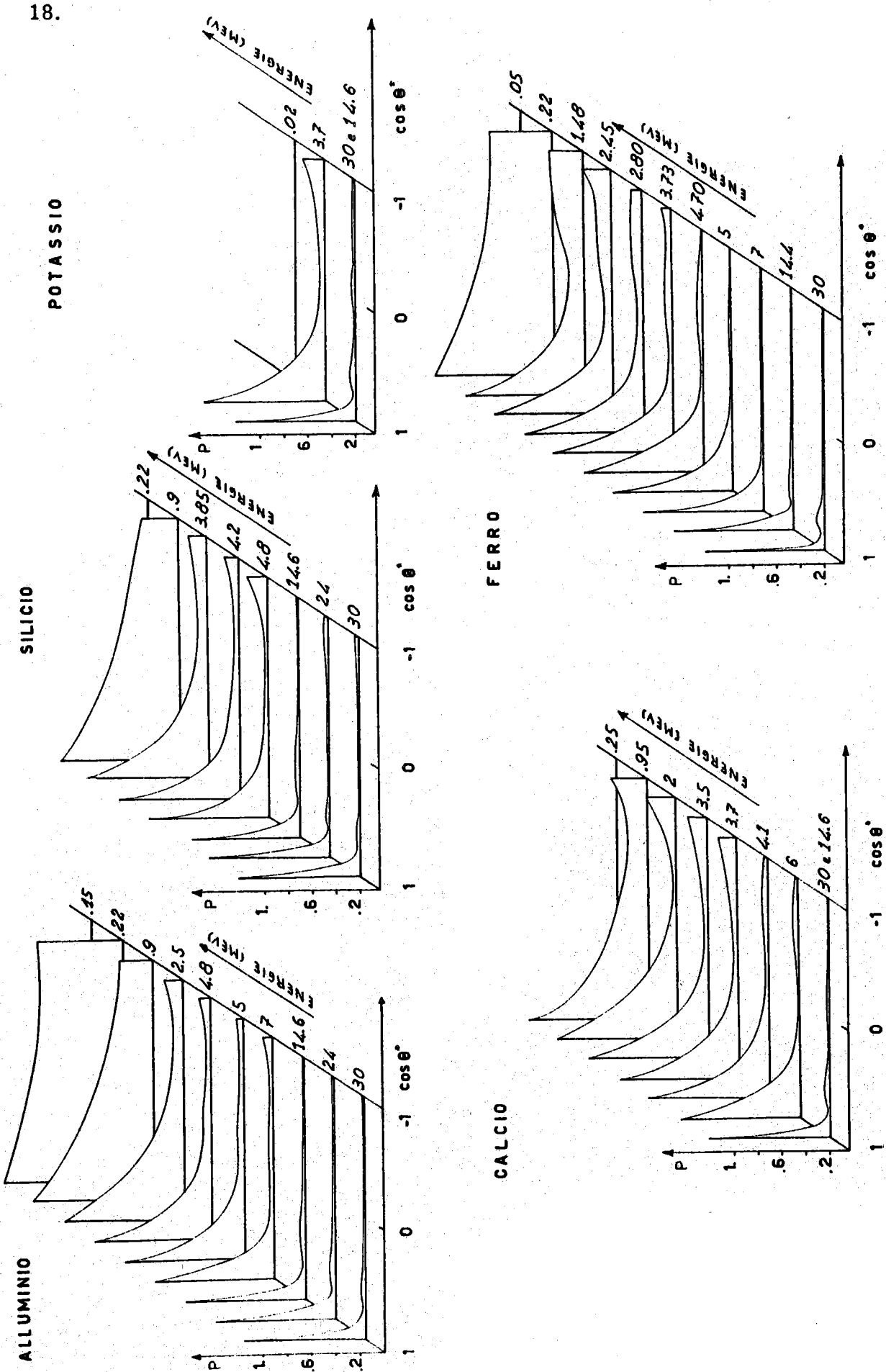


FIG. 7

$\sigma_{(n,n')}$ (Barn)

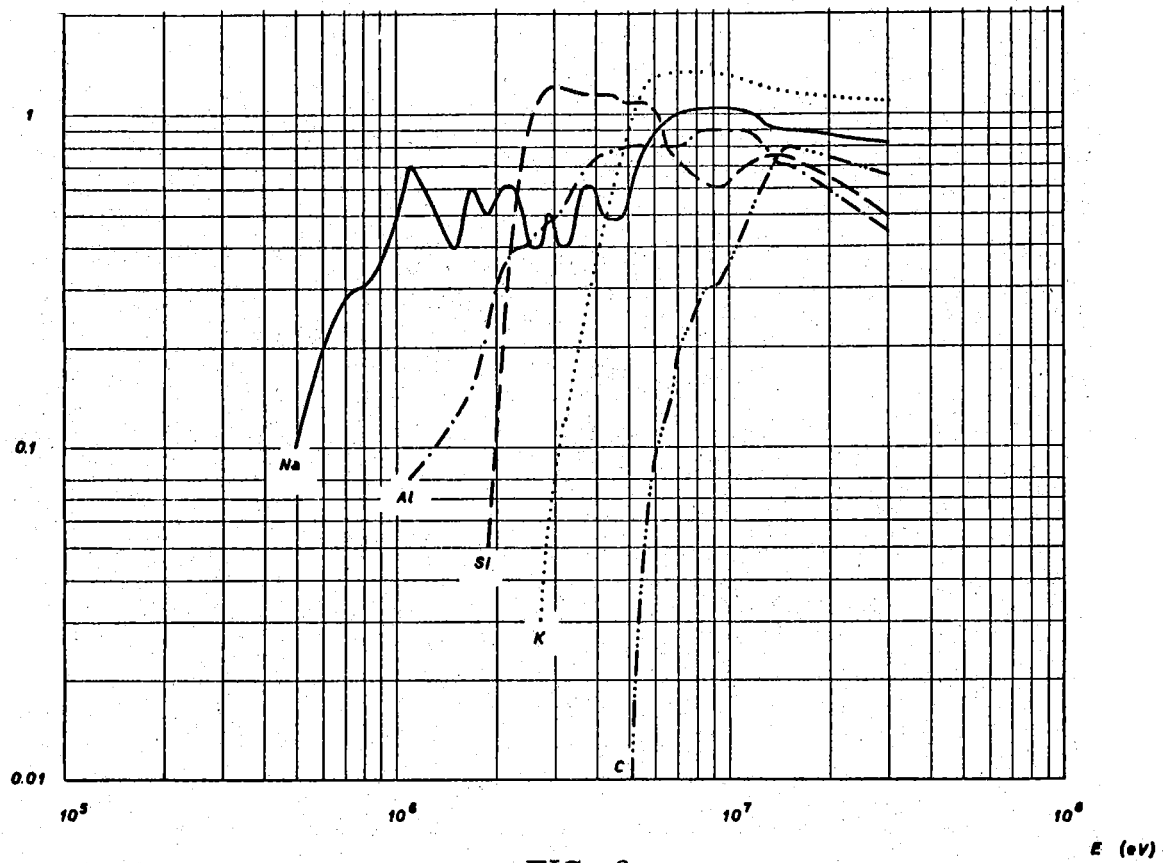


FIG. 8

$\sigma_{(n,n')}$ (Barn)

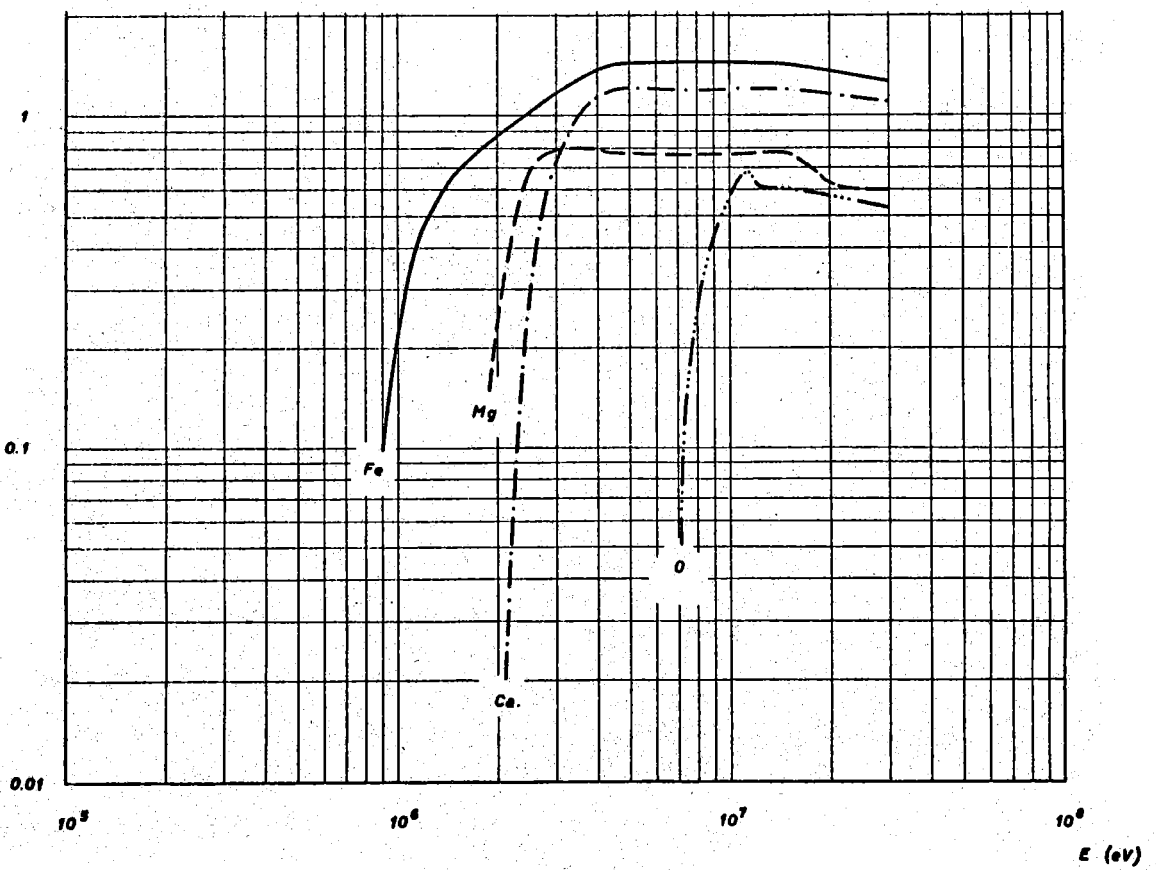


FIG. 9

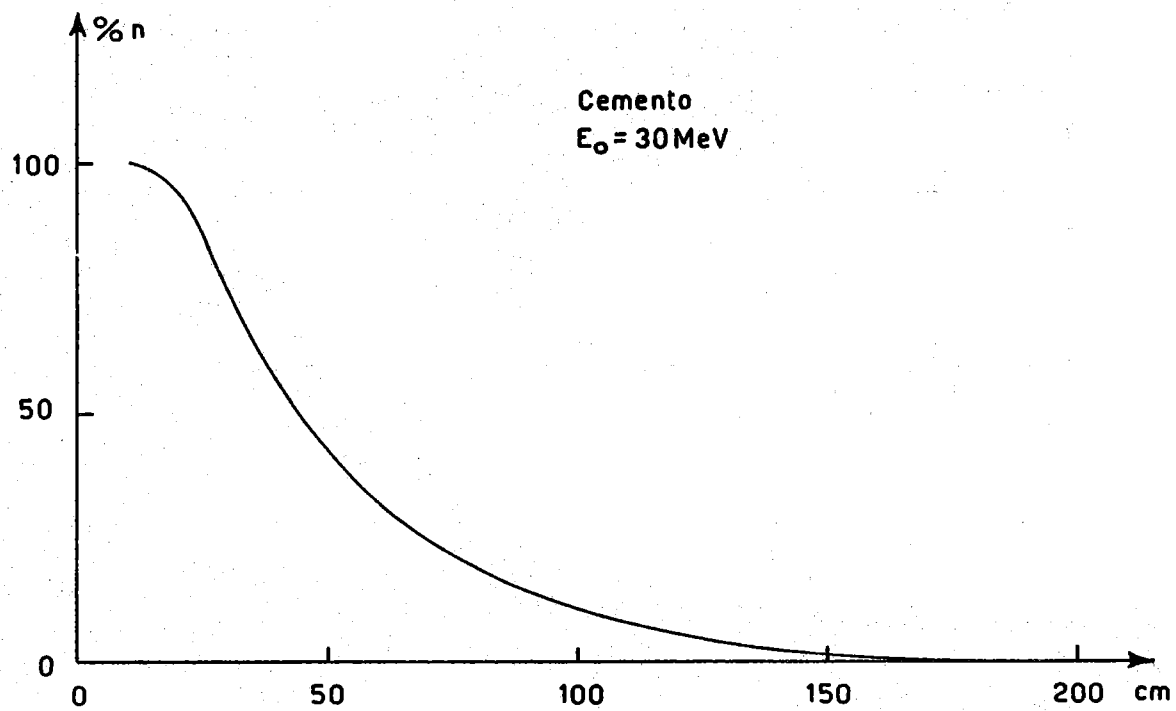


FIG. 10

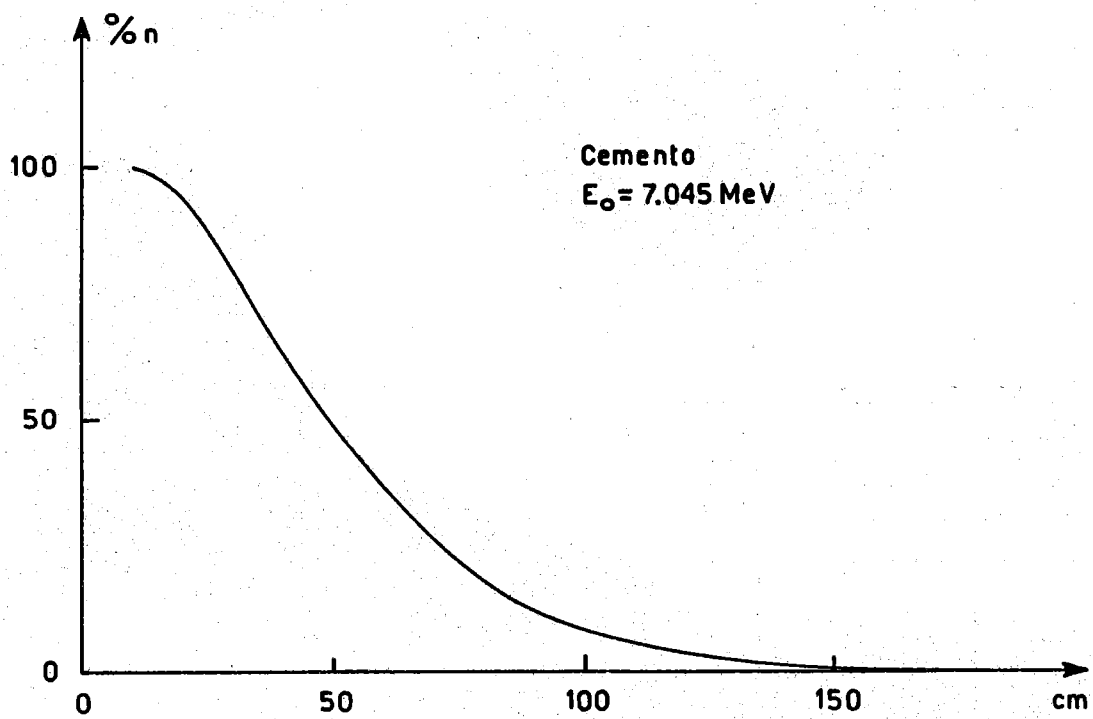


FIG. 11

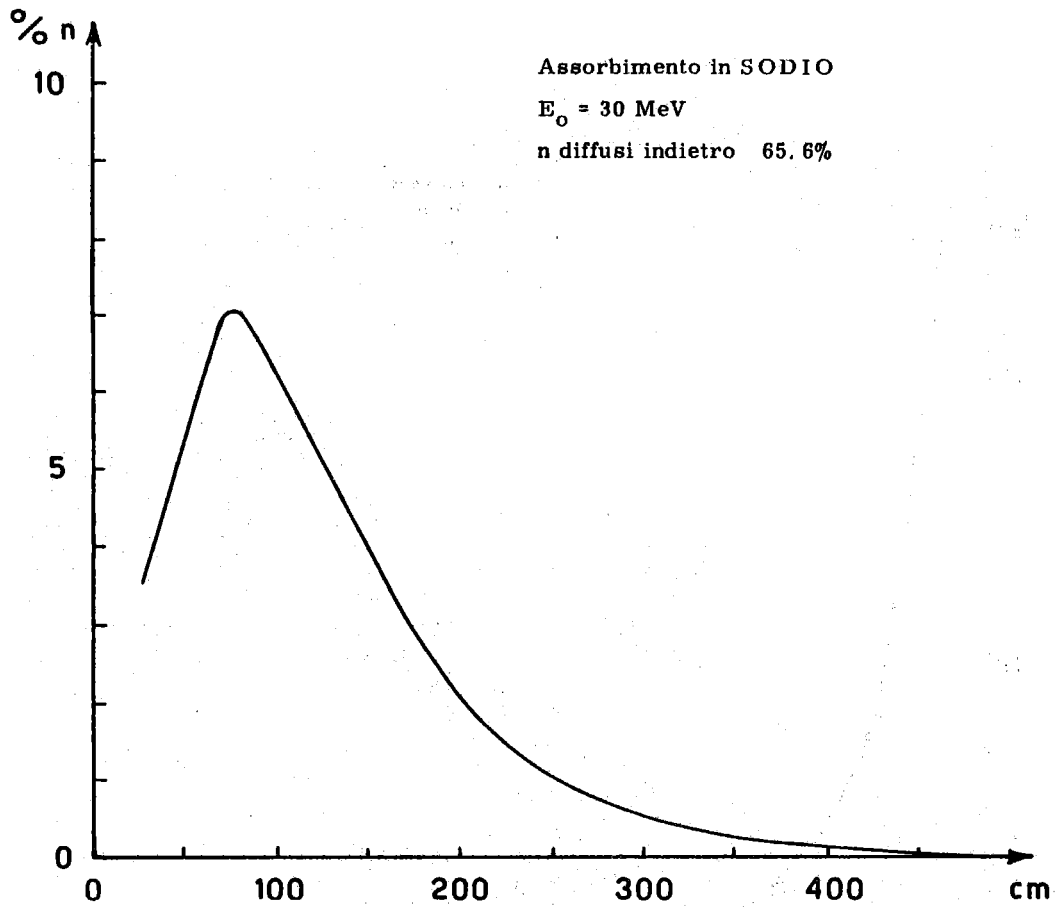


FIG. 12

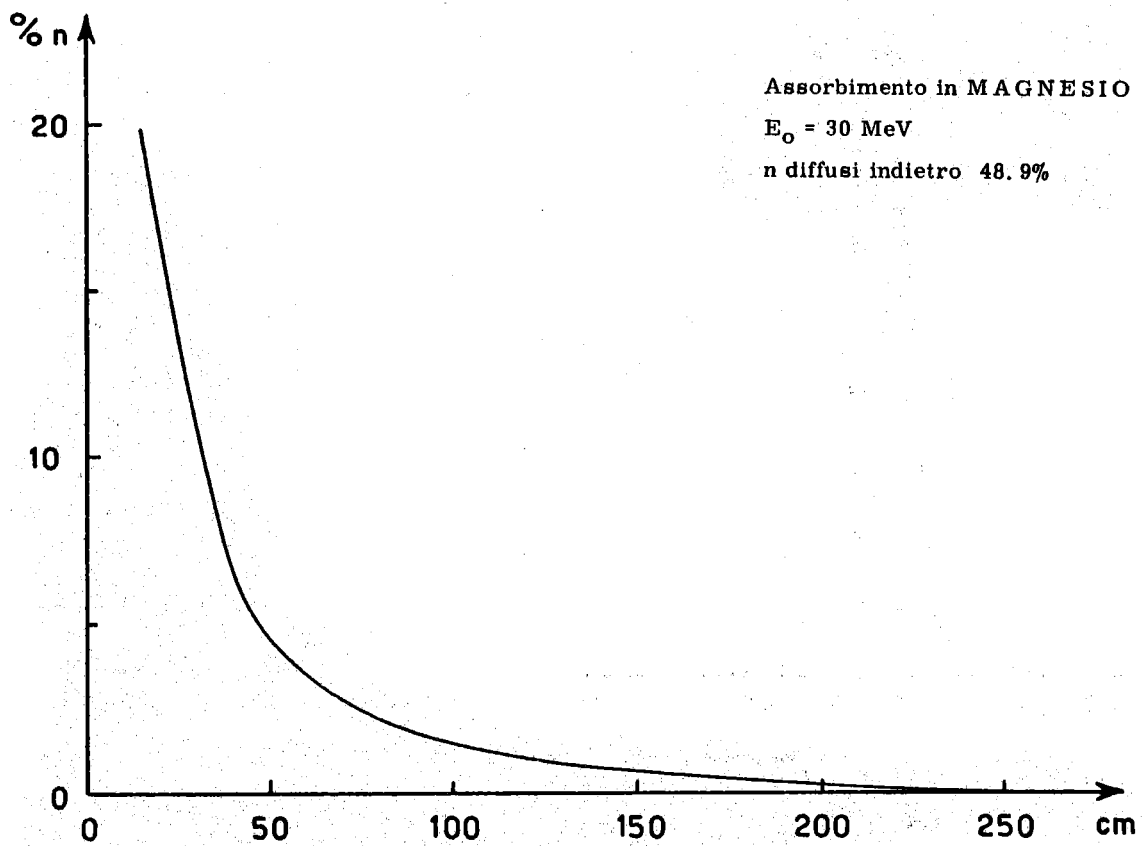


FIG. 13

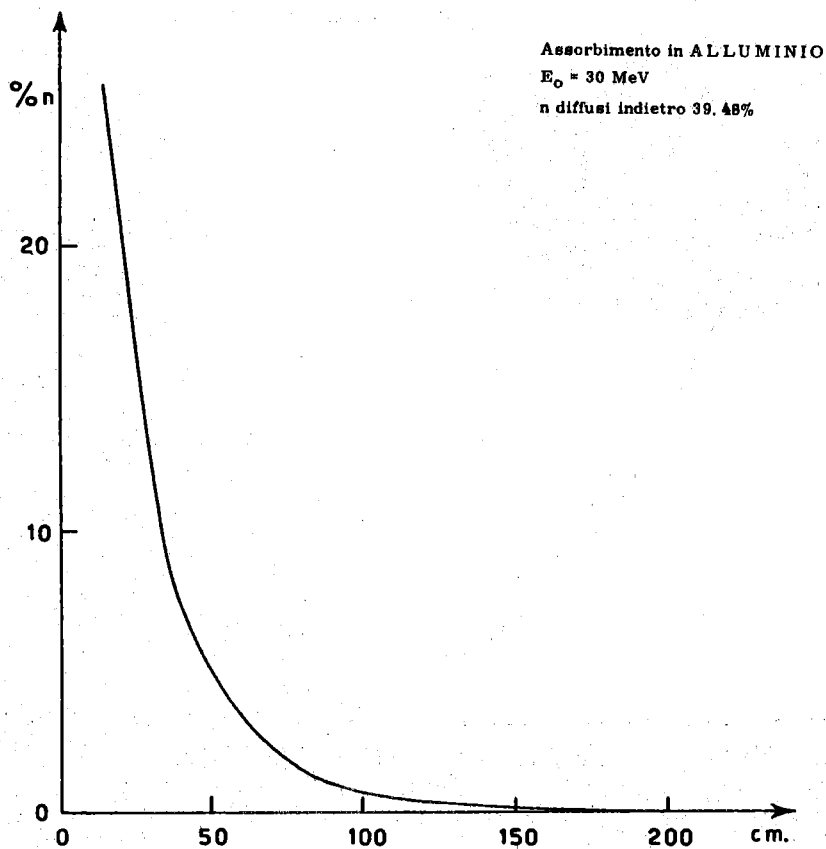


FIG. 14

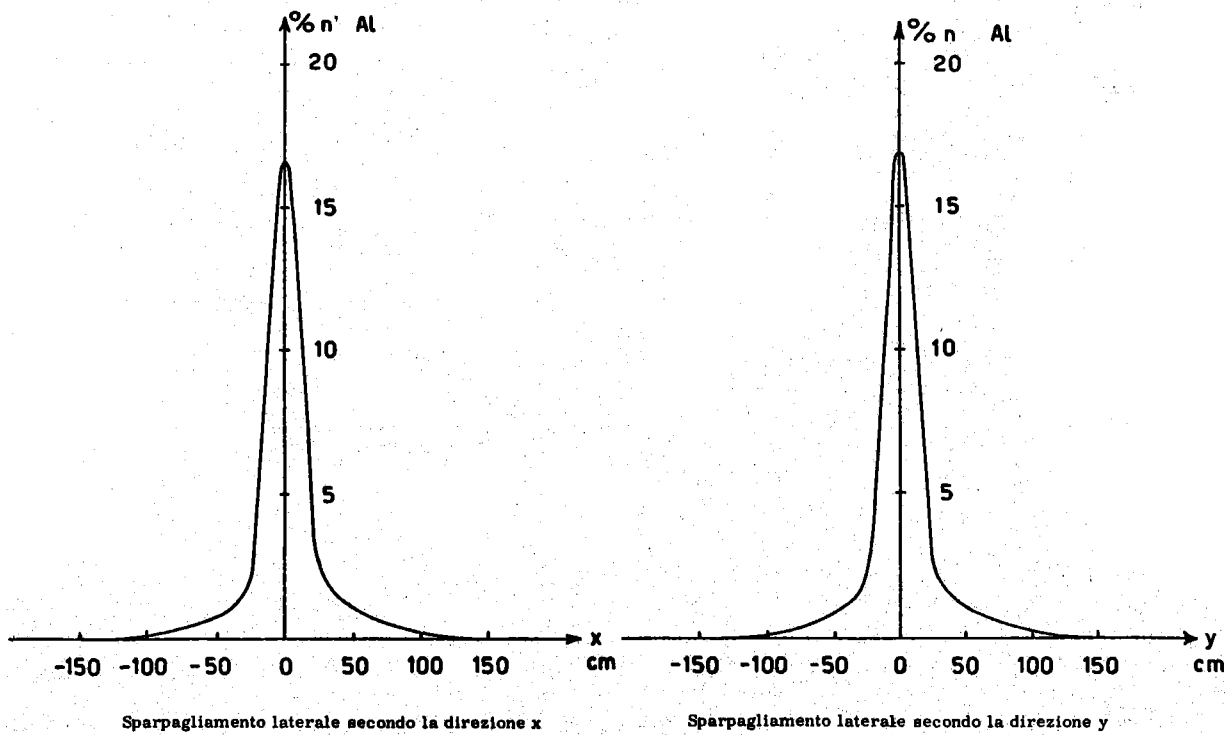
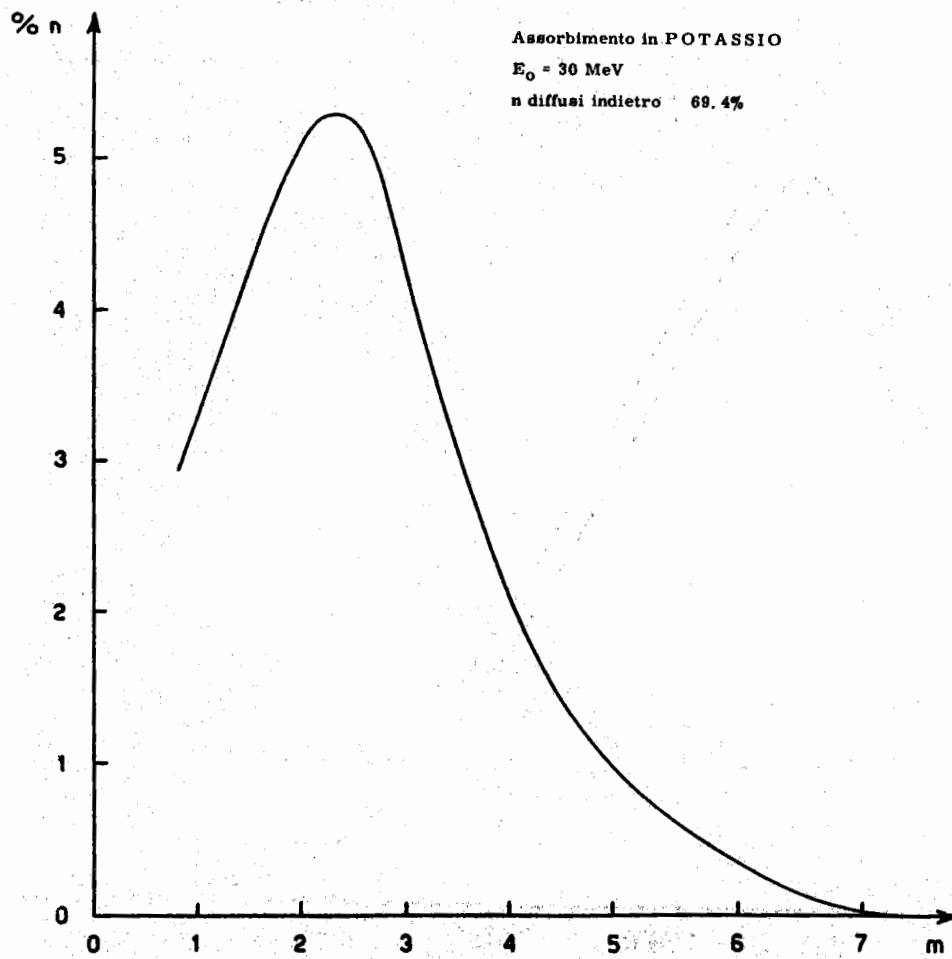
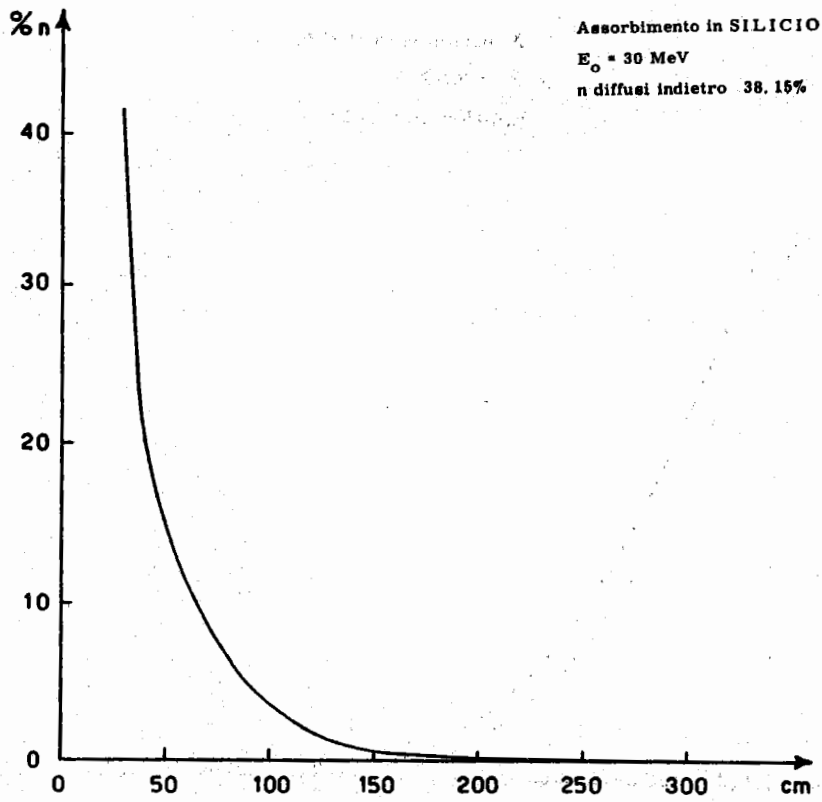


FIG. 15

FIG. 16



24.

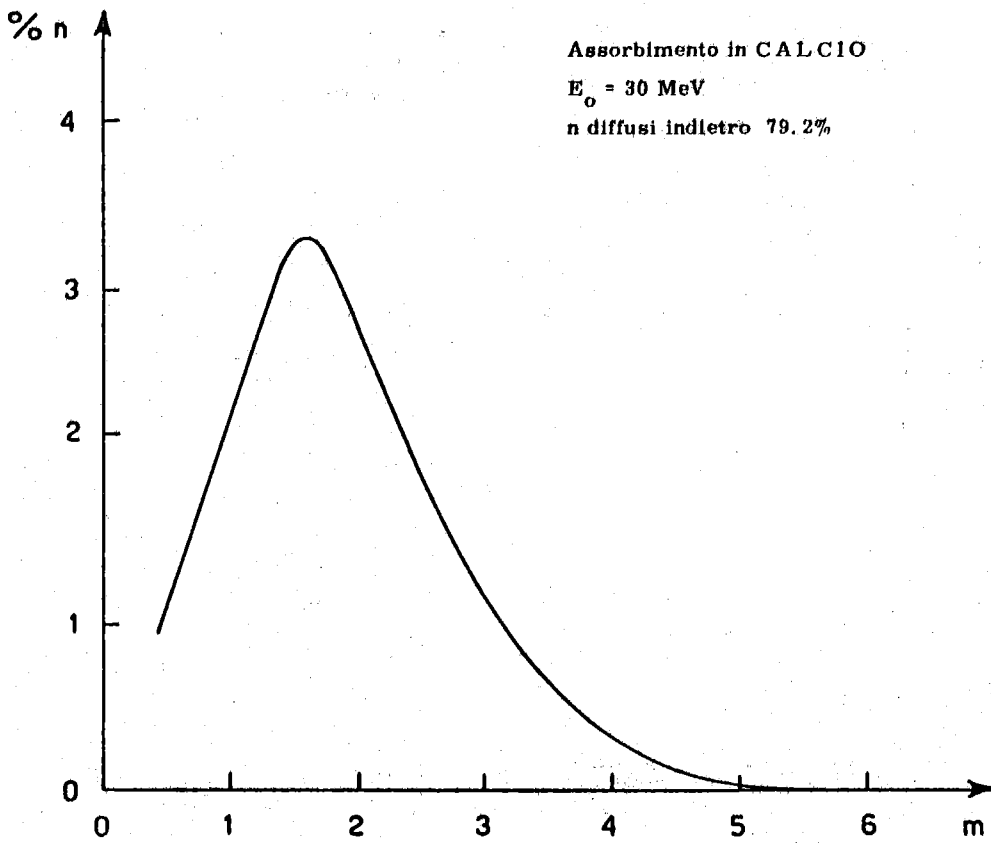


FIG. 19

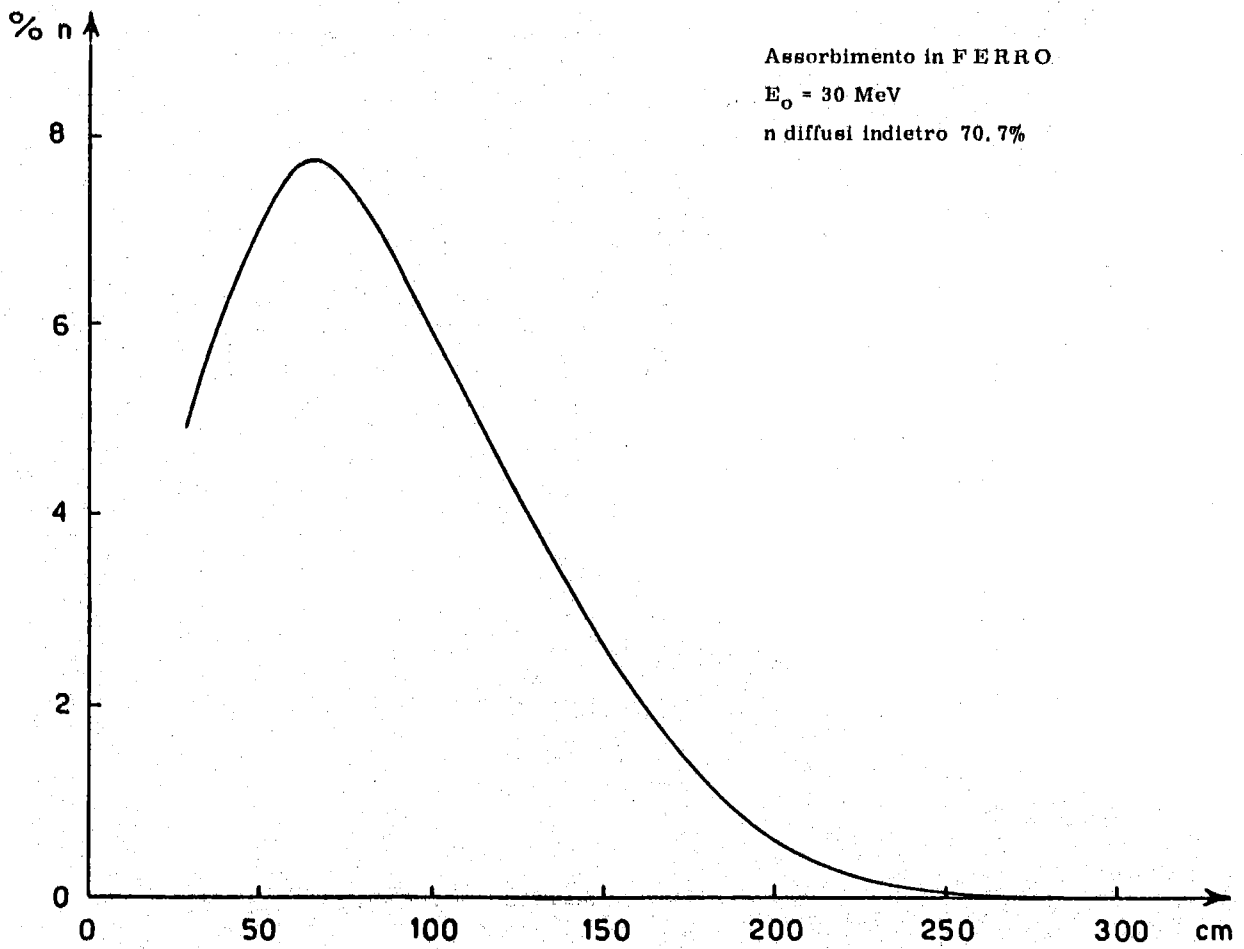


FIG. 20